Учреждение образования

«Белорусский государственный технологический университет»

**Лабораторная работа №5**

Транспортная задача

Выполнила:

Студентка 2 курса 8 группы ИТ

Казакова В.В.

2025 г.

**Лабораторная работа №5**

**Цель работы:** Приобретение навыков решения открытой транспортной задачи

**Задание.** Решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей. Величина запасов, потребностей и стоимость затрат на перевозку продукции взять в соответствии с вариантом (*N*). Вариант 3.

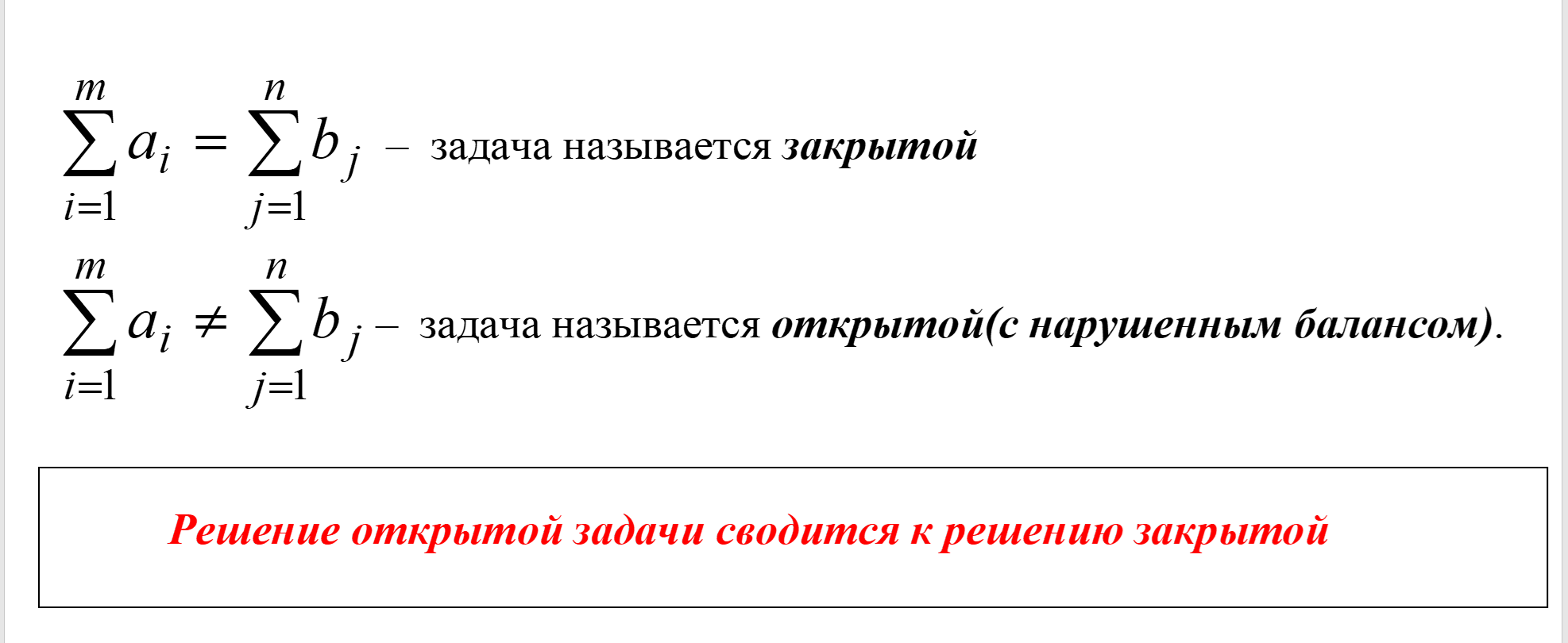
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **15** | **5** | **9** | **6** | **14** | **4** | **171** |
| 2 | **13** | **3** | **11** | **8** | **10** | **16** | **116** |
| 3 | **4** | **8** | **14** | **11** | **5** | **14** | **153** |
| 4 | **7** | **13** | **13** | **6** | **16** | **5** | **162** |
| 5 | **6** | **14** | **12** | **3** | **13** | **7** | **103** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **146** | **110** | **134** | **196** | **98** | **166** |  |

**Ход решения:**

* Проверить, открытая задача или закрытая;
* Составить опорный план;
* Применить метод потенциалов;

Для разрешимости транспортной задачи необходимо, чтобы суммарные запасы продукции у поставщиков равнялись суммарной потребности потребителей.

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.  
∑a = 171+116+153+162+103=705  
∑b =146+110+134+196+98+166=850



Как видно, суммарная потребность груза в пунктах назначения превышает запасы груза на базах. Следовательно, модель исходной транспортной задачи является открытой. Чтобы получить закрытую модель, введем дополнительную (фиктивную) базу с запасом груза, равным 145 (704—850). Тарифы перевозки единицы груза из базы ко всем потребителям полагаем равны нулю.  
Занесем исходные данные в распределительную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| ПОСТАВЩИКИ |
| a 1 | **15** | **5** | **9** | **6** | **14** | **4** | **171** |
| a 2 | **13** | **3** | **11** | **8** | **10** | **16** | **116** |
| a 3 | **4** | **8** | **14** | **11** | **5** | **14** | **153** |
| a 4 | **7** | **13** | **13** | **6** | **16** | **5** | **162** |
| a 5 | **6** | **14** | **12** | **3** | **13** | **7** | **103** |
| a 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **145** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **146** | **110** | **134** | **196** | **98** | **166** |  |

Теперь выполняется условие.

Используем метод наименьшей стоимости. Суть метода заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают наименьшую, и в клетку, которая ей соответствует, помещают меньшее из чисел ai, или bj.  
Затем, из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо и строку и столбец, если израсходованы запасы поставщика и удовлетворены потребности потребителя.  
Из оставшейся части таблицы стоимостей снова выбирают наименьшую стоимость, и процесс распределения запасов продолжают, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.

Искомый элемент равен c22=3. Для этого элемента запасы равны 116, потребности 110. Поскольку минимальным является 110, то вычитаем его.  
x22 = min(116,110) = 110.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| ПОСТАВЩИКИ |
| a 1 | **15** | **x** | **9** | **6** | **14** | **4** | **171** |
| a 2 | **13** | **3** | **11** | **8** | **10** | **16** | **116-110=6** |
| a 3 | **4** | **x** | **14** | **11** | **5** | **14** | **153** |
| a 4 | **7** | **x** | **13** | **6** | **16** | **5** | **162** |
| a 5 | **6** | **x** | **12** | **3** | **13** | **7** | **103** |
| a 6 | **0** | **x** | **0** | **0** | **0** | **0** | **145** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **146** | **110-110=0** | **134** | **196** | **98** | **166** |  |

Искомый элемент равен c54=3. Для этого элемента запасы равны 103, потребности 196. Поскольку минимальным является 103, то вычитаем его.  
x54 = min(103,196) = 103.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| ПОСТАВЩИКИ |
| a 1 | **15** | **x** | **9** | **6** | **14** | **4** | **171** |
| a 2 | **13** | **3|110** | **11** | **8** | **10** | **16** | **6** |
| a 3 | **4** | **x** | **14** | **11** | **5** | **14** | **153** |
| a 4 | **7** | **x** | **13** | **6** | **16** | **5** | **162** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **3** | **x** | **x** | **103-103=0** |
| a 6 | **0** | **x** | **0** | **0** | **0** | **0** | **145** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **146** | **0** | **134** | **196-103=93** | **98** | **166** |  |

Искомый элемент равен c16=4. Для этого элемента запасы равны 171, потребности 166. Поскольку минимальным является 166, то вычитаем его.  
x16 = min(171,166) = 166.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| ПОСТАВЩИКИ |
| a 1 | **15** | **x** | **9** | **6** | **14** | **4** | **171-166=5** |
| a 2 | **13** | **3|110** | **11** | **8** | **10** | **x** | **6** |
| a 3 | **4** | **x** | **14** | **11** | **5** | **x** | **153** |
| a 4 | **7** | **x** | **13** | **6** | **16** | **x** | **162** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **3|103** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **0** | **x** | **0** | **0** | **0** | **x** | **145** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **146** | **0** | **134** | **93** | **98** | **166-166=0** |  |

Искомый элемент равен c31=4. Для этого элемента запасы равны 153, потребности 146. Поскольку минимальным является 146, то вычитаем его.  
x31 = min(153,146) = 146.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| ПОСТАВЩИКИ |
| a 1 | **x** | **x** | **9** | **6** | **14** | **4|166** | **5** |
| a 2 | **x** | **3|110** | **11** | **8** | **10** | **x** | **6** |
| a 3 | **4** | **x** | **14** | **11** | **5** | **x** | **153-146=7** |
| a 4 | **x** | **x** | **13** | **6** | **16** | **x** | **162** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **3|103** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **x** | **x** | **0** | **0** | **0** | **x** | **145** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **146-146=0** | **0** | **134** | **93** | **98** | **0** |  |

Искомый элемент равен c35=5. Для этого элемента запасы равны 7, потребности 98. Поскольку минимальным является 7, то вычитаем его.  
x35 = min(7,98) = 7.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| ПОСТАВЩИКИ |
| a 1 | **x** | **x** | **9** | **6** | **14** | **4|166** | **5** |
| a 2 | **x** | **3|110** | **11** | **8** | **10** | **x** | **6** |
| a 3 | **4|146** | **x** | **x** | **x** | **5** | **x** | **7-7=0** |
| a 4 | **x** | **x** | **13** | **6** | **16** | **x** | **162** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **3|103** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **x** | **x** | **0** | **0** | **0** | **x** | **147** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **134** | **93** | **98-7=91** | **0** |  |

7) Искомый элемент равен c14=6. Для этого элемента запасы равны 5, потребности 93. Поскольку минимальным является 5, то вычитаем его.  
x14 = min(5,93) = 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| ПОСТАВЩИКИ |
| a 1 | **x** | **x** | **x** | **6** | **x** | **4|166** | **5-5=0** |
| a 2 | **x** | **3|110** | **11** | **8** | **10** | **x** | **6** |
| a 3 | **4|146** | **x** | **x** | **x** | **5|7** | **x** | **0** |
| a 4 | **x** | **x** | **13** | **6** | **16** | **x** | **162** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **3|103** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **x** | **x** | **0** | **0** | **0** | **x** | **145** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **134** | **93-5=88** | **91** | **0** |  |

8) Искомый элемент равен c44=6. Для этого элемента запасы равны 162, потребности 88. Поскольку минимальным является 88, то вычитаем его.  
x44 = min(162,88) = 88.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| ПОСТАВЩИКИ |
| a 1 | **x** | **x** | **x** | **6|5** | **x** | **4|166** | **0** |
| a 2 | **x** | **3|110** | **11** | **x** | **10** | **x** | **6** |
| a 3 | **4|146** | **x** | **x** | **x** | **5|7** | **x** | **0** |
| a 4 | **x** | **x** | **13** | **6** | **16** | **x** | **162-88=74** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **3|103** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **x** | **x** | **0** | **0** | **0** | **x** | **145** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **134** | **88-88=0** | **91** | **0** |  |

9) Искомый элемент равен c25=10. Для этого элемента запасы равны 6, потребности 91. Поскольку минимальным является 6, то вычитаем его.  
x25 = min(6,91) = 6.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| ПОСТАВЩИКИ |
| a 1 | **x** | **x** | **x** | **6|5** | **x** | **4|166** | **0** |
| a 2 | **x** | **3|110** | **x** | **x** | **10** | **x** | **6-6=0** |
| a 3 | **4|146** | **x** | **x** | **x** | **5|7** | **x** | **0** |
| a 4 | **x** | **x** | **13** | **6|88** | **16** | **x** | **74** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **3|103** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **x** | **x** | **0** | **0** | **0** | **x** | **145** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **134** | **0** | **91-6=85** | **0** |  |

10) Искомый элемент равен c43=13. Для этого элемента запасы равны 74, потребности 134. Поскольку минимальным является 74, то вычитаем его.  
x43 = min(74,134) = 74.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| ПОСТАВЩИКИ |
| a 1 | **x** | **x** | **x** | **6|5** | **x** | **4|166** | **0** |
| a 2 | **x** | **3|110** | **x** | **x** | **10|6** | **x** | **0** |
| a 3 | **4|146** | **x** | **x** | **x** | **5|7** | **x** | **0** |
| a 4 | **x** | **x** | **13** | **6|88** | **x** | **x** | **74-74=0** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **3|103** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **x** | **x** | **0** | **0** | **0** | **x** | **145** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **134-74=60** | **0** | **85** | **0** |  |

11) Искомый элемент равен c63=0. Для этого элемента запасы равны 145, потребности 60. Поскольку минимальным является 60, то вычитаем его.  
x63 = min(145,60) = 60.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| ПОСТАВЩИКИ |
| a 1 | **x** | **x** | **x** | **6|5** | **x** | **4|166** | **0** |
| a 2 | **x** | **3|110** | **x** | **x** | **10|6** | **x** | **0** |
| a 3 | **4|146** | **x** | **x** | **x** | **5|7** | **x** | **0** |
| a 4 | **x** | **x** | **13|74** | **6|88** | **x** | **x** | **0** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **3|103** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **x** | **x** | **0** | **0** | **0** | **x** | **145-60=85** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **60-60=0** | **0** | **85** | **0** |  |

12) Искомый элемент равен c65=0. Для этого элемента запасы равны 85, потребности 85. Поскольку минимальным является 85, то вычитаем его.  
x65 = min(85,85) = 94.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| ПОСТАВЩИКИ |
| a 1 | **x** | **x** | **x** | **6|5** | **x** | **4|166** | **0** |
| a 2 | **x** | **3|110** | **x** | **x** | **10|6** | **x** | **0** |
| a 3 | **4|146** | **x** | **x** | **x** | **5|7** | **x** | **0** |
| a 4 | **x** | **x** | **13|74** | **6|88** | **x** | **x** | **0** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **3|103** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **x** | **x** | **0|60** | **0** | **0|85** | **x** | **85-85=0** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **85-85=0** | **0** |  |

13)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| ПОСТАВЩИКИ |
| a 1 | **15** | **5** | **9** | **6[5]** | **14** | **4[166]** | **171** |
| a 2 | **13** | **3[110]** | **11** | **8** | **10[6]** | **16** | **116** |
| a 3 | **4[146]** | **8** | **14** | **11** | **5[7]** | **14** | **153** |
| a 4 | **7** | **13** | **13[74]** | **6[88]** | **16** | **5** | **162** |
| a 5 | **6** | **14** | **12** | **3[103]** | **13** | **7** | **103** |
| a 6 | **0** | **0** | **0[60]** | **0** | **0[85]** | **0** | **145** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **146** | **110** | **134** | **196** | **98** | **166** |  |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.  
Расчёт итоговой стоимости перевозки:  
F(x) = 6\*5+4\*166+3\*110+10\*6+4\*146+5\*7+13\*74+6\*88+3\*103+0\*60+0\*85 = 3193

**Улучшение опорного плана *(метод потенциалов)***

В методе потенциалов каждой строке i и каждому столбцу j транспортной таблицы ставятся в соответствие числа (потенциалы)ui (поставщики) и vj (потребители). Для каждой базисной переменной Хij потенциалы ui и vj удовлетворяют уравнению.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij. Уравнений 11 неизвестных 10. Присваиваем одному из них произвольное u1=0

u1 + v4 = 6; 0 + v4 = 6; v4 = 6  
u4 + v4 = 6; 6 + u4 = 6; u4 = 0  
u4 + v3 = 13; 0 + v3 = 13; v3 = 13  
u6 + v3 = 0; 13 + u6 = 0; u6 = -13  
u6 + v5 = 0; -13 + v5 = 0; v5 = 13  
u2 + v5 = 10; 13 + u2 = 10; u2 = -3  
u2 + v2 = 3; -3 + v2 = 3; v2 = 6  
u3 + v5 = 5; 13 + u3 =5; u3 = -8  
u3 + v1 = 4; -8 + v1 = 4; v1 = 12  
u5 + v4 = 3; 6 + u5 = 3; u5 = -3  
u1 + v6 = 4; 0 + v6 = 4; v6 = 4

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=12 | v2=6 | v3=13 | v4=6 | v5=13 | v6=4 |
|  |
| u1=0 | **15** | **5** | **9** | **6[5]** | **14** | **4[166]** |  |
| u2=-3 | **13** | **3[110]** | **11** | **8** | **10[6]** | **16** |  |
| u3=-8 | **4[146]** | **8** | **14** | **11** | **5[7]** | **14** |  |
| u4=0 | **7** | **13** | **13[74]** | **6[88]** | **16** | **5** |  |
| u5=-3 | **6** | **14** | **12** | **3[103]** | **13** | **7** |  |
| u6=-13 | **0** | **0** | **0[60]** | **0** | **0[85]** | **0** |  |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых (ui + vj) - cij > 0

(1,1) ∆11 = 0 + 12 - 15 = -3

(1,5) ∆15 = 0 + 13 - 14 = -1

(2,1) ∆21 = -3 + 12 - 13 = -4

(2,3) ∆23 = -3 + 13 - 11 = -1

(2,4) ∆24 = -3 + 6 - 8 = -5

(2,6) ∆26 = -3 + 4 - 16 = -15

(3,2) ∆32 = -8 + 6 - 8 = -10

(3,3) ∆33 = -8 + 13 - 14 = -9

(3,4) ∆34 = -8 + 6 - 11 = -13

(3,6) ∆36 = -8 + 4 - 14 = -18

(4,2) ∆42 = 0 + 6 - 13 = -7

(4,5) ∆45 = 0 + 13 - 16 = -3

(4,6) ∆46 = 0 + 4 - 5 = -1

(5,2) ∆52 = -3 + 6 - 14 = -11

(5,3) ∆53 = -3 + 13 - 12 = -2

(5,5) ∆55 = -3 + 13 - 13 = -3

(5,6) ∆56 = -3 + 4 - 7 = -6

(6,1) ∆61 = -13 + 12 = -1

(6,2) ∆62 = -13 + 6 = -7

(6,4) ∆64 = -13 + 6 = -7

(6,6) ∆66 = -13 + 4 = -9

(1;2): 0 + 6 > 5; ∆12= 0 + 6 - 5 = 1 > 0  
(1;3): 0 + 13 > 9; ∆13= 0 + 13 - 9 = 4 > 0  
(4;1): 0 + 12 > 7; ∆41= 0 + 12 - 7 = 5 > 0  
(5;1): -3 + 12 > 6; ∆51= -3 + 12 - 6 = 3 > 0  
max(1,4,5,3) = 5

Выбираем клетку по максимальной оценке свободной клетки (4;1): 7

Создаем цикл, который представляет собой замкнутую линию, содержащую исключительно вертикальные и горизонтальные линии, которые соединяют выбранную ячейку и ячейки, которые входят в решение транспортной задачи.  
Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-». Цикл необходим для корректного перераспределения груза между клетками при улучшении опорного плана методом потенциалов.

15) Начинаем с «+» в клетке (a4, b1).

Двигаемся по циклу:

(a4, b1) → «+» (добавляем поставки)

(a3, b1) → «−» (убираем поставки)

(a3, b5) → «+» (добавляем поставки)

(a6, b5) → «−» (убираем поставки)

(a6, b3) → «+» (добавляем поставки)

(a4, b3) → «−» (убираем поставки)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| ПОСТАВЩИКИ |
| a 1 | **15** | **5** | **9** | **6[5]** | **14** | **4[166]** | **171** |
| a 2 | **13** | **3[110]** | **11** | **8** | **10[6]** | **16** | **116** |
| a 3 | **4[146][-]** | **8** | **14** | **11** | **5[7][+]** | **14** | **153** |
| a 4 | **7[+]** | **13** | **13[74][-]** | **6[88]** | **16** | **5** | **162** |
| a 5 | **6** | **14** | **12** | **3[103]** | **13** | **7** | **103** |
| a 6 | **0** | **0** | **0[60][+]** | **0** | **0[85][-]** | **0** | **145** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **146** | **110** | **134** | **196** | **98** | **166** |  |

Цикл приведен в таблице (4,1 → 4,3 → 6,3 → 6,5 → 3,5 → 3,1).  
Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (4, 3) = 74. Прибавляем 74 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 74 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план

16)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| ПОСТАВЩИКИ |
| a 1 | **15** | **5** | **9** | **6[5]** | **14** | **4[166]** | **171** |
| a 2 | **13** | **3[110]** | **11** | **8** | **10[6]** | **16** | **116** |
| a 3 | **4[146-74=72]** | **8** | **14** | **11** | **5[7+74=81]** | **14** | **153** |
| a 4 | **7[0+74=74]** | **13** | **13[74-74=0]** | **6[88]** | **16** | **5** | **162** |
| a 5 | **6** | **14** | **12** | **3[103]** | **13** | **7** | **103** |
| a 6 | **0** | **0** | **0[60+74=134]** | **0** | **0[85-74=11]** | **0** | **145** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **146** | **110** | **134** | **196** | **98** | **166** |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v4 = 6; 0 + v4 = 6; v4 = 6  
u4 + v4 = 6; 6 + u4 = 6; u4 = 0  
u4 + v1 = 7; 0 + v1 = 7; v1 = 7  
u3 + v1 = 4; 7+ u3 = 4; u3 = -3  
u3 + v5 = 5; -3 + v5 = 5; v5 = 8  
u2 + v5 = 10; 8 + u2 = 10; u2 = -2  
u2 + v2 = 3; -2+ v2 = 3; v2 = 5  
u6 + v5 = 0; 8+ u6 = 0; u6 = -8  
u6 + v3 = 0; -8 + v3 = 0; v3 = 8  
u5 + v4 = 3; 6+ u5 = 3; u5 = -3  
u1 + v6 = 4; 0 + v6 = 4 v6 = 4

17)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=7 | v2=5 | v3=8 | v4=6 | v5=8 | v6=4 |
|  |
| u1=0 | **15** | **5** | **9** | **6[5]** | **14** | **4[166]** |  |
| u2=-2 | **13** | **3[110]** | **11** | **8** | **10[6]** | **16** |  |
| u3=-3 | **4[72]** | **8** | **14** | **11** | **5[81]** | **14** |  |
| u4=0 | **7[74]** | **13** | **13[0]** | **6[88]** | **16** | **5** |  |
| u5=-3 | **6** | **14** | **12** | **3[103]** | **13** | **7** |  |
| u6=-8 | **0** | **0** | **0[134]** | **0** | **0[11]** | **0** |  |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию (ui + vj ) - cij ≤ 0.

(1,1) ∆11 = 0 + 7 - 15 = -8

(1,2) ∆12 = 0 + 5 - 5 = 0

(1,3) ∆13 = 0 + 8 - 9 = -1

(1,5 )∆15 = 0 + 8 - 14 = -6

(2,1) ∆21 = -2 + 7 - 13 = -8

(2,3) ∆23 = -2 + 8 - 11 = -5

(2,4) ∆24 = -2 + 6 - 8 = -4

(2,6) ∆26 = -2 + 4 - 16 = -14

(3,2) ∆32 = -3 + 10 - 17 = -10

(3,3) ∆33 = -3 + 17 - 23 = -9

(3,4) ∆34 = -3 + 15 - 20 = -8

(3,6) ∆36 = -3 + 13 - 23 = -13

(4,2) ∆42 = 0 + 5 - 13 = -8

(4,5) ∆45 = 0 + 8 - 16 = -8

(4,6) ∆46 = 0 + 4 - 5 = -1

(5,1) ∆51 = -3 + 7 - 6 = -2

(5,2) ∆52 = -3 + 5 - 14 = -12

(5,3) ∆53 = -3 + 8- 12 = -7

(5,5) ∆55 = -3 + 8 - 13 = -8

(5,6) ∆55 = -3 + 4 - 7 = -6

(6,1) ∆61 = -8 + 7 = -1

(6,2) ∆62 = -8 + 5 = -3

(6,4) ∆64 = -8 + 6 = -2

Минимальные затраты составят: F(x) = 6\*5+4\*166+3\*110+10\*6+4\*72+5\*81+7\*74+13\*0+6\*88+3\*103+0\*134+0\*11=3132  
**Анализ оптимального плана**.  
От 1-го поставщика необходимо груз направить к 4-у потребителю (5 ед.), к 6-у потребителю (166 ед.)  
От 2-го поставщика необходимо груз направить к 2-у потребителю (110 ед.), к 5-у потребителю (6 ед.)  
От 3-го поставщика необходимо груз направить к 1-у потребителю (72 ед.), к 5-у потребителю (81 ед.)  
От 4-го поставщика необходимо груз направить к 1-у потребителю (74 ед.), к 4-у потребителю (88 ед.)  
От 5-го поставщика необходимо весь груз направить к 4-у потребителю.

Минимальные затраты составят 3132 денежных единиц.

Вывод: научились решать транспортную задачу.